



**Pró-reitoria de  
Pós-graduação e Pesquisa**

# **Produto Educacional**

**Mestrado em Ensino de  
Ciências e Matemática**

**O Ensino de Frações através da  
Resolução de Problemas**

**EDSON JUNIOR MONTEIRO  
NORMA SUELY GOMES ALLEVATO  
JANAÍNA POFFO POSSAMAI**

**O Ensino de Frações  
através da Resolução de Problemas**

**Edson Junior Monteiro**  
**Norma Suely Gomes Allevato**  
**Janaína Poffo Possamai**

**O Ensino de Frações**  
**através da Resolução de Problemas**

**Universidade Cruzeiro do Sul**

**2022**

2022

Universidade Cruzeiro do Sul  
Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa  
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática

**Reitor da Universidade Cruzeiro do Sul**

Prof. Dr. Luiz Henrique Amaral

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA

**Pró-Reitor** – Profa. Dra. Tania Cristina Pithon-Curi

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO

DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**Coordenação** - Profa. Dra Norma Suely Gomes Allevato

**Banca examinadora**

Norma Suely Gomes Allevato

Suzete de Souza Borelli

Jorge Cássio Costa Nóbriga

Janaína Poffo Possamai

Monteiro, Edson Junior.

M775e

O ensino de frações através da resolução de problema / Edson Junior Monteiro. -- São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2022. 26 f. : il.

Produto educacional (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática).

1. Educação matemática. 2. Resolução de problemas. 3. Frações. I. Título. II. Série.

CDU: 51(07)

## Sumário

1 APRESENTAÇÃO .....	5
2 METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	7
3 CADERNO DE ATIVIDADES.....	9
3.1 Sequência didática 1 - Significado de fração como parte-todo .....	10
3.2 Sequência didática 2 – Comparação e equivalência de frações.....	14
3.3 Sequência didática 3 – Cálculo de fração de um número natural e adição e subtração de frações de mesmo denominador.....	18
3.4 Sequência didática 4 – Adição e subtração de frações com denominadores diferentes .....	20
3.5 Que tipos de problemas devem ser propostos aos estudantes? .....	22
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	25
REFERÊNCIAS .....	26

## 1 APRESENTAÇÃO

Este produto educacional está vinculado à dissertação nomeada “O Ensino de Frações para Estudantes do Sexto Ano do Ensino Fundamental através da Resolução de Problemas”, elaborada por Edson Junior Monteiro (MONTEIRO, 2022), sob a orientação da Profa. Dra. Norma Suely Gomes Allevato e coorientação da Profa. Dra. Janaína Poffo Possamai, no âmbito do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul.

O autor deste trabalho é licenciado em Matemática pela Universidade de Guarulhos e licenciado em Pedagogia pela Faculdade da Aldeia de Carapicuíba; Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Estadual de Campinas e Especialista em Coordenação Pedagógica pela Universidade Federal de São Carlos. Atua como professor da Educação Básica, desde 2003, ministrando aulas nas redes pública e particular de ensino. Destaca-se que, atualmente, é professor efetivo de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio na Escola Estadual Inocoop II.

Desse modo, o pesquisador desenvolveu a pesquisa e este produto educacional enquanto professor de Matemática, com o intuito de atender a uma necessidade vivenciada em sua prática profissional. O pesquisador/professor percebia a fragilidade dos estudantes do sexto ano no entendimento de frações, verificando que se geravam lacunas/dificuldades para os demais anos de escolarização.

Atendendo a essa demanda da prática profissional, o mestrado lhe possibilitou que tivesse acesso a pesquisas relacionadas com a Resolução de Problemas, o que o fez querer ampliar seus estudos nesta temática, considerando-a como uma possibilidade de promover melhorias em sua prática docente, e de contribuir com a prática de outros professores e com a aprendizagem matemática dos estudantes.

Assim, este produto educacional discute a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que norteou sua construção, bem como apresenta quatro sequências didáticas,

indicadas no Quadro 1, a seguir, que visam desenvolver habilidades e objetos de conhecimento relacionados com fração, para estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental, conforme indicações da BNCC (BRASIL, 2018) e do Currículo Paulista (SÃO PAULO, 2019).

Quadro 1 - Sequências didáticas do produto educacional

<b>Atividade</b>	<b>Objetos de conhecimento</b>	<b>Habilidades</b>
1	Significado de fração – parte todo	Compreender frações associadas às ideias de partes de inteiros.
2	Equivalência e comparação de frações	Comparar e ordenar frações, identificando frações equivalentes.
3	Cálculo de fração de um número natural e adição e subtração de frações de mesmo denominador.	Resolver problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural.
4	Adição e subtração de frações com denominadores diferentes.	Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

Fonte: Elaborado pelo autor

Na BNCC e no Currículo Paulista, o objeto de conhecimento frações tem associados os significados de parte/todo e de quociente. Neste produto educacional assumimos, segundo o referencial teórico adotado, que fração e quociente são personalidades (significados) diferentes de números racionais, representados na forma fracionária. As sequências didáticas desenvolvidas neste produto educacional, envolvem problemas que têm como finalidade desenvolver aprendizagens relacionadas com fração.

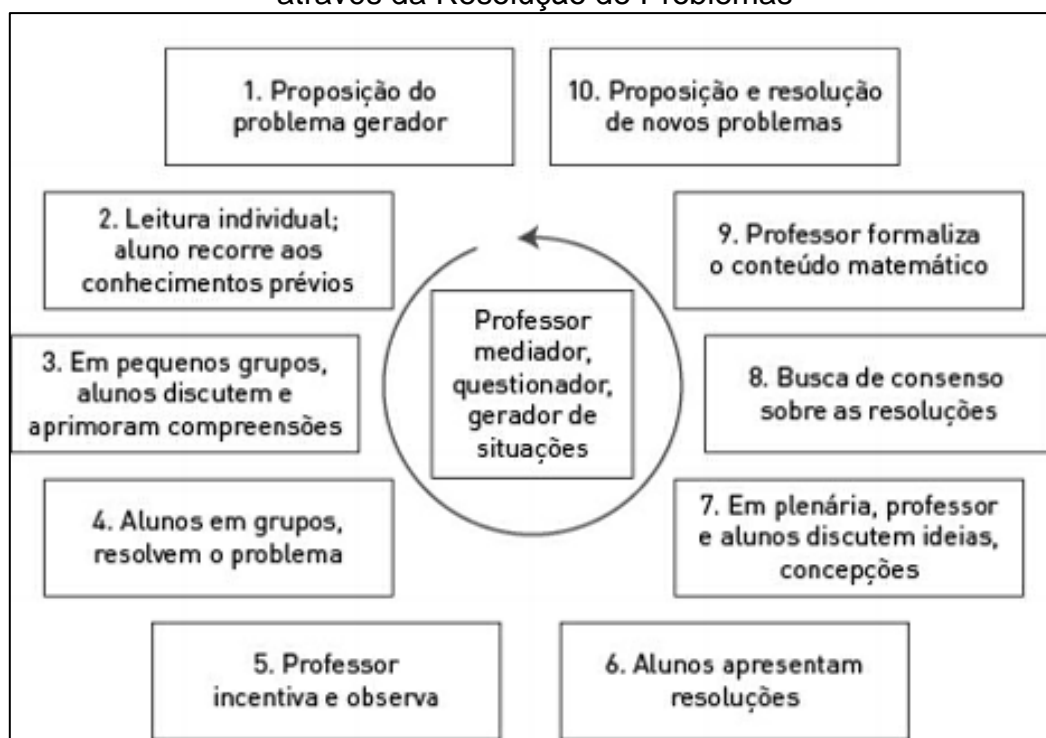
Cabe ressaltar que este produto educacional pode subsidiar formações continuadas, cursos de licenciatura para formação inicial de professores, bem como ser ressignificado por outros professores para ser utilizado em suas práticas educativas, tanto em contextos formais quanto não formais de ensino.

## 2 METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

As sequências didáticas, apresentadas neste produto educacional, visam o desenvolvimento de habilidades necessárias à aprendizagem dos estudantes de objetos de conhecimento de frações por meio de problemas geradores.

O problema gerador é um dos princípios da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, aquele que conduzirá o estudante para novas aprendizagens de um conteúdo, princípio ou procedimento planejado pelo professor (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021). Para utilização dessa metodologia em sala de aula, as autoras sugerem um roteiro, organizado em 10 etapas, conforme ilustra a Figura 1.

Figura 1 - Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 55)

Nesse roteiro, após a **proposição do problema gerador**, que pode ser apresentado tanto pelo professor como pelos estudantes, é indicado que os



estudantes realizem a **leitura individual** e iniciam, se possível, a resolução do problema. Após essa atividade é feita a **leitura em grupos** de 2 ou 3 estudantes para discutirem qual foi o entendimento inicial e aprimorarem compreensões. Então, avançam com a **resolução do problema**, ainda nesses pequenos grupos, trabalhando colaborativamente para resolvê-lo. O **professor atua incentivando e observando**, sem direcionar o caminho para a solução e sem fornecer respostas prontas, mas fazendo questionamentos que levem os alunos a refletir e debater sobre suas ideias. Na sexta etapa, **a resolução é apresentada** a toda a turma por um representante do grupo e, frente às resoluções, os estudantes, em **plenária**, justificam suas respostas e defendem seus pontos de vista em discussão com a turma. Na oitava etapa, professor e estudantes tentam chegar a um **consenso** acerca do(s) resultado(s) correto(s). A nona etapa é a da **formalização**, em que o professor apresenta, de forma organizada e utilizando a nomenclatura adequada, o conceito/procedimento que era o objetivo da aprendizagem planejado para aquela aula e desenvolvido pela resolução do problema. Na etapa 10, **novos problemas** relacionados com o problema gerador são propostos pelo professor ou pelos estudantes.

Todas as sequências didáticas apresentadas no Caderno de Atividades deste produto educacional foram concebidas para serem desenvolvidas com os estudantes seguindo a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

Para construção dessas sequências didáticas foi consultado o livro didático (GIONANNI JR; CARSTRUCCI, 2018) adotado na Escola Estadual Inocoop II, em que o professor/pesquisador atua. Foram realizadas adaptações em questões do livro didático de modo a desenvolver problemas geradores, conforme discutido na sequência. Também foram consideradas indicações de Krulik e Rudnik (2005) na estruturação das sequências didáticas.

### 3 CADERNO DE ATIVIDADES

Na sequência, são apresentadas quatro sequências didáticas visando o desenvolvimento de habilidades indicadas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) para o sexto ano do Ensino Fundamental para a aprendizagem de frações, organizadas da seguinte forma:

- *Objeto de conhecimento*: conforme indicação da BNCC, a ser desenvolvido por meio do problema gerador.

- *Habilidades*: conforme indicação da BNCC, sendo destacada em negrito, na habilidade, a parte que se refere ao problema gerador ou deixando sem grifo quando a habilidade é trabalhada na íntegra;

- *Pensando nos estudantes*: uma breve discussão sobre as ideias que os estudantes podem trazer como conhecimento prévio;

- *Questão apresentada no livro didático e problema gerador*: atividade disponível no livro didático e proposta de problema adaptado – problema gerador, com indicação das respostas esperadas, para ser resolvido pelos estudantes antes da apresentação formal do objeto de conhecimento pelo professor;

- *Observar e incentivar*: sugestões de como o professor pode abordar os estudantes ou a turma durante as etapas de resolução de problemas, plenária e busca de consenso;

- *Formalização*: descrição do objeto de conhecimento a ser trabalhado pelo professor com base no problema gerador resolvido pelos estudantes;

- *Elaboração de novos problemas*: sugestões de extensão da atividade para avaliar e/ou ampliar a compreensão dos estudantes, como 10ª etapa sugerida para a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Além disso, em todas as sequências didáticas, indicamos por Jhuliene Seger (2022) (com a tradução de materiais de outros autores), cujo conteúdo pode apoiar alunos e professores no trabalho com fração.

### 3.1 Sequência didática 1 - Significado de fração como parte-todo

**Objeto do conhecimento:** A fração como parte de um todo

**Habilidade:** (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar **frações associadas às ideias de partes de inteiros** e resultado de divisão, **identificando frações equivalentes** (BRASIL, 2018, p. 301, grifo nosso).

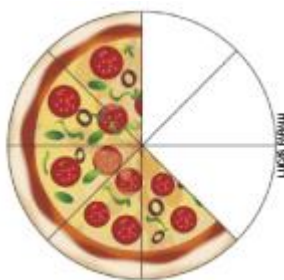
**Pensando nos estudantes:** Os estudantes podem saber relacionar a simbologia de fração com um desenho geométrico em que partes de um todo estão pintadas. Porém, não necessariamente possuem a compreensão de fração como parte de um todo. Como sugestão, questione-os antes da atividade, sobre o que é maior:  $\frac{1}{4}$  ou  $\frac{1}{5}$ . Não raro, o estudante que não compreende a ideia de fração recorre ao conhecimento sobre números naturais, considerando que “números maiores representam frações maiores”, ou seja, indica que  $\frac{1}{5}$  é maior que  $\frac{1}{4}$ .



**Questão apresentada no livro didático:**

Figura 2 - Atividade do livro didático<sup>1</sup>

Em uma pizzeria, as *pizzas* são divididas em 8 pedaços iguais. Antônio e sua namorada pediram uma *pizza*, mas não conseguiram comê-la inteira. Observe a figura:



- Quantos pedaços Antônio e a namorada comeram?
- Quantos pedaços restaram?

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 132)

<sup>1</sup> Essa questão é discutida no livro didático, como exemplo, sendo usadas frações para representar os resultados.

**Problema gerador:**

Em uma pizzaria, as pizzas são divididas em 8 pedaços iguais. Antônio e sua namorada pediram uma pizza, mas não conseguiram comê-la inteira, sobrando 3 pedaços. Antônio comeu um pedaço a mais de pizza que sua namorada.

a) Qual fração representa a quantidade de pedaços de pizza que Antônio comeu em relação à pizza inteira? E em relação apenas às partes que foram comidas? R.

$$\frac{3}{8} \text{ e } \frac{3}{5}.$$

b) Qual fração representa a quantidade de pedaços de pizza que a namorada comeu em relação à pizza inteira? E em relação apenas às partes que foram comidas? R.

$$\frac{2}{8} \text{ e } \frac{2}{5}.$$

c) Qual fração representa a parte que a namorada comeu em relação à que o namorado comeu? R.

$$\frac{2}{3}$$

d) Qual fração representa a quantidade de pedaços de pizza que sobraram em relação à pizza inteira? R.

$$\frac{3}{8}.$$

e) Na semana seguinte eles pediram pizza de outra pizzaria, que veio do mesmo tamanho, mas dividida em 16 pedaços. Se Antônio comeu 6 pedaços dessa pizza, então ele comeu a mesma fração da pizza que na semana passada, mais ou menos?

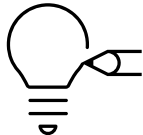
Explique. R. Ele comeu a mesma quantidade,  $\frac{3}{8}$  da pizza, que é equivalente a  $\frac{6}{16}$ .

f) Nessa segunda semana, a namorada comeu  $\frac{2}{16}$  da pizza. Ela comeu mais, menos ou a mesma quantidade de pizza que na semana anterior? R. Comeu menos.

**Observar e incentivar:** Se os estudantes tiverem dificuldade, uma ideia interessante é disponibilizar materiais como régua, tesoura e papéis coloridos, para que representem a situação. Deixe-os construírem da forma que considerarem conveniente. Tente não interferir colocando ou impondo suas ideias.

Nos itens (a) e (b), questione-os em quantas partes o todo está particionado, quando consideramos a pizza inteira e quando consideramos somente o que foi comido. Nos itens (e) e (f), possivelmente, parte dos estudantes utilizará a representação por meio de desenho para justificar suas respostas. Questione-os sobre de que outras formas podemos justificar a resposta, sem usar desenhos? Pense você também, professor, que outras abordagens seriam possíveis, sem utilizar a forma tradicional que envolve estabelecer um denominador comum.

Na comparação entre frações você pode instigá-los a pensar sobre o significado de numerador e denominador, solicitando que os estudantes expliquem o que entenderam e promovendo uma discussão entre os integrantes do grupo e no momento da plenária.



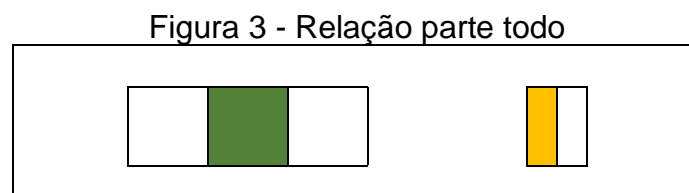
Professor, você pode utilizar alguns recursos do GeoGebra para auxiliar na compreensão da representação e nomenclatura de fração:  
<https://www.geogebra.org/m/dk29tbe9#material/ysyqnxwf>  
<https://www.geogebra.org/m/dk29tbe9#material/ztbht4ra>  
E, também, para a comparação de frações:  
<https://www.geogebra.org/m/dk29tbe9#material/c4mfveca>

**Formalização:** Com esse problema o professor pode apresentar a nomenclatura de fração e refletir sobre o que significa fracionar, fracionário, entre outros termos relacionados. Também pode apresentar a nomenclatura dos elementos que compõem uma fração (numerador e denominador), bem como a leitura das frações que apareceram.

Por exemplo:  $\frac{3}{5}$  → numerador → número de partes consideradas do todo: 3  
→ denominador → denomina a fração, por isso, 3 quintos

Além disso, é importante trazer para a discussão o significado de numerador e denominador, de modo que os estudantes entendam que a fração se refere ao tamanho relativo e não absoluto.

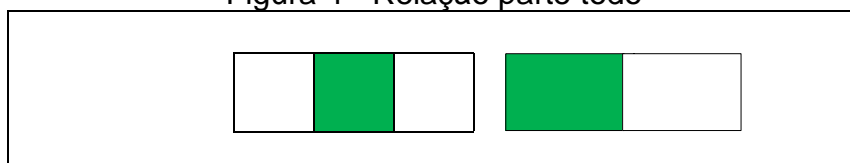
Na Figura 3 tem-se as frações  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{2}$  representadas, sendo que os tamanhos das partes tomadas são diferentes e a parte verde é maior que a parte amarela pois, neste caso, os tamanhos do todo são diferentes.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Porém, quem receber a parte verde terá recebido uma parte menor do todo do que quem recebeu a parte amarela, ou seja,  $\frac{1}{3}$  é menor que  $\frac{1}{2}$  quando os todos são iguais, conforme representado na Figura 4:

Figura 4 - Relação parte todo










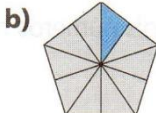
Fonte: Elaborado pelo autor.

Portanto, o tamanho da fração depende do tamanho do todo de referência. Além disso, é importante enfatizar que outras frações são corretas, além de  $\frac{1}{3}$  para a primeira imagem;  $\frac{2}{3}$  para representar as duas partes não sombreadas do todo; ou, ainda,  $\frac{1}{2}$  se o todo fosse a parte não sombreada, ou seja, para representar a parte sombreada em relação à não sombreada. Desse modo, traz-se à discussão a importância de indicar qual é o todo que está sendo tomado como referência (o que acontece nos itens (a) e (b) do problema).

**Elaboração de novos problemas:** Nesta etapa, pode-se solicitar aos estudantes para elaborarem problemas e, assim, aprofundarem ou verificarem (professor e estudantes) o entendimento do que foi discutido no problema gerador. Pode-se, por exemplo, pedir que elaborem mais uma pergunta para o problema inicial. Também se pode considerar outras questões presentes no livro didático e, excluindo a pergunta da questão, pedir que os estudantes elaborem a pergunta do problema, lembrando-os de que ela deve envolver a ideia de fração.

O Quadro 2, apresenta sugestões de figuras e partes de enunciados a serem apresentados aos estudantes, a partir dos quais o professor pode solicitar que elaborem questões/problemas relacionados com fração e os resolvam.

Quadro 2 - Sugestão de problemas dos quais foram excluídas as perguntas

	
Veja quantos ovos Helena tem para fazer um doce.	
	
As figuras mostram o marcador de combustível de um carro.	
 <p>1</p>	 <p>3</p>
 <p>2</p>	 <p>4</p>
a) 	b) 

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 134 - 136)

### 3.2 Sequência didática 2 – Comparação e equivalência de frações

**Objetos do conhecimento:** Equivalência e comparação de frações.

**Habilidade:** (EF06MA07) Compreender, **comparar e ordenar frações** associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, **identificando frações equivalentes** (BRASIL, 2018, p. 301, grifo nosso).

**Pensando nos estudantes:** No problema anterior, uma introdução à ideia de frações equivalentes e de comparação de frações foi iniciada, mas é a partir do problema gerador desta sequência didática que se pretende formalizar estes conceitos e procedimentos. Os estudantes, possivelmente, conseguem comparar duas frações utilizando como recurso as suas representações por meio de desenhos ou de material manipulativo, sendo necessário explorar as limitações deste tipo de estratégia e ampliar para uma abordagem simbólica que possa ser generalizada.

Cabe salientar que, quando a comparação de frações é reduzida a um processo algorítmico de deixar as frações com denominadores comuns, pouco



se explora o entendimento de fração, mas se reduz o raciocínio a um processo que tem como foco a multiplicação de números naturais. Por isso, é importante deixar que os estudantes criem regras e generalizem estratégias, ao invés de simplesmente informar e ilustrar um procedimento. (VAN DE WALLE, 2009).




**Questão apresentada no livro didático:**

**Figura 5 - Discos de pizza para comparar frações**

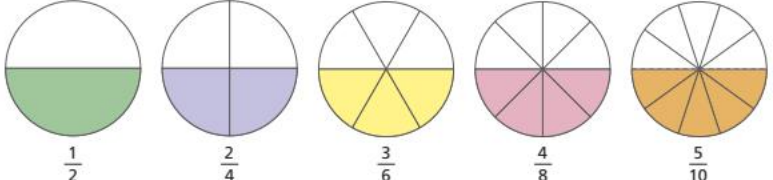
Responda às questões no caderno.

**1.** Todas as pizzas são de mesmo tamanho e foram repartidas em 5 partes iguais.



a) Represente com frações as partes que ainda restam em cada pizza.  
 b) Observando as pizzas, ordene as frações da menor para a maior.

**2.** Em cada figura a seguir a metade do disco está pintada.



$\frac{1}{2}$        $\frac{2}{4}$        $\frac{3}{6}$        $\frac{4}{8}$        $\frac{5}{10}$

Usando  $>$ ,  $<$  ou  $=$ , compare as frações indicadas.

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 139)



**Problema gerador**

Bruno ligou para pedir uma pizza gigante e foi-lhe informado que ele poderia pedir 2 sabores, 4 sabores ou 5 sabores. Sabe-se que a pizza é produzida de modo que cada sabor tenha a mesma quantidade de fatias e, ainda, sabe-se que Bruno sempre pede o sabor de queijo.

a) Qual fração da pizza será de sabor queijo se ele pedir a de 2 sabores? E se pedir a de 4 sabores? E a de 5 sabores? R.  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  e  $\frac{1}{5}$ .

b) Organize as frações obtidas no item anterior em ordem crescente. R.  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{4}$  e  $\frac{1}{2}$

c) Sabendo que a pizza é sempre dividida em 20 fatias, quantas fatias de sabor queijo terá a pizza de 2 sabores? Qual a fração que a quantidade de fatias de queijo representa em relação ao total de fatias? E se ele pedir a de 4 sabores, como fica essa fração? E se pedir a 5 sabores, como fica? R. 10,  $\frac{10}{20}$ ,  $\frac{5}{20}$  e  $\frac{4}{20}$



d) Ordene as frações obtidas no item anterior em ordem crescente. Explique o que significa essa ordem em relação aos pedaços de pizza sabor de queijo? R. ou  $\frac{4}{20}$

$$\frac{5}{20}, \frac{10}{20}.$$

e) As frações indicadas no item (d) são maiores, menores ou equivalentes às do item (b)? Explique sua resposta. R. Equivalentes. Representam a mesma parte do todo.

f) Na semana seguinte Bruno pediu pizza no dia que se comemora a Matemática e, na pizzaria em que pediu, eles estavam fazendo uma homenagem, deixando que os clientes informassem a quantidade de cada sabor da pizza usando frações.

Nessa comemoração, Bruno pediu uma única pizza, de modo que  $\frac{3}{4}$  da pizza fosse de queijo e  $\frac{2}{3}$  fosse de calabresa.

- Ele pediu mais pizza de sabor de queijo ou de calabresa? Explique como você pensou? R. Ele pediu mais pizza de queijo.

- Tente criar um jeito de verificar qual o sabor com maior quantidade sem usar desenhos e explique este jeito. R. pessoal

- Será que a pizzaria pode atender ao pedido de Bruno? Explique o motivo. R. Não.  $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$  é maior que 1.

- Como você pediria sua pizza? R. pessoal

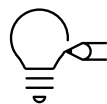
**Observar e incentivar:** É importante que o professor esteja atento ao processo de resolução dos estudantes. Caso ainda tenham dúvidas ele pode incentivá-los a fazerem representações, diferenciando os sabores e registrando em seus cadernos.

No item (b), o professor pode questionar os estudantes para averiguar se sabem o que é crescente ou decrescente. E perguntar como eles irão comparar as frações para saber qual é maior ou menor ou se elas são iguais.

No item (c), possivelmente, parte dos estudantes utilizará a representação por meio de desenho para justificar suas respostas. Questione-os sobre de que outras formas podemos justificar a resposta sem usar desenhos. Pense você também, professor: que outras abordagens seriam possíveis? Nos itens (d) e (e), o professor pode sugerir que estudantes utilizem o material manipulativo para construir as respostas.

No item (f), o professor pode incentivar os estudantes a montarem cada pizza utilizando os sabores escolhidos e perguntar qual fração é maior, ou se

elas são iguais, validando o método de comparação criado por eles. Nesse item, é importante pedir que façam anotações em seus cadernos. Provavelmente haverá um debate sobre como montaram suas pizzas.



Professor, você pode utilizar alguns recursos do GeoGebra para auxiliar na compreensão de frações equivalentes: <https://www.geogebra.org/m/dk29tbe9#material/fewrntc2>

**Formalização:** Com esse problema se pretende formalizar com os estudantes o objeto de conhecimento de frações equivalentes e comparação de frações.

Para formalização da comparação de fração, o professor pode ressaltar algumas situações: comparação de fração com mesmo denominador, com mesmo numerador, e com numeradores e denominadores diferentes, conforme ilustra o Quadro 3.

Quadro 3 - Comparando frações

Situação	Explicação
$\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$	Como o todo é dividido em número igual de partes, quanto mais partes forem tomadas maior será a fração.
$\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$	Dividir em 4 partes torna cada parte maior do que dividir em 5 partes.
$\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$	Neste caso pode-se igualar os numeradores, triplicando os valores da primeira fração e duplicando os da segunda fração, assim $\frac{6}{9} > \frac{6}{10}$ , pois nonos são maiores do que décimos, então $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$ . Ou ainda, pode-se igualar os denominadores, de modo que $\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$ , pois 10 partes de um inteiro particionado em 15 partes é maior do que 9 partes, assim $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$ .

Fonte: Elaborado pelo autor

Dessa forma, os estudantes se envolvem em compreender a ideia de fração, elaborando diferentes estratégias para realizar a comparação, sem ficarem restritos ao algoritmo “padrão” que envolve igualar os denominadores, e que pode restringir o entendimento a uma regra com foco nas operações de multiplicação e divisão.

**Elaboração de novos problemas:** Nessa etapa pode-se pedir aos estudantes para elaborarem novas perguntas para o problema gerador ou, ainda, para alterarem os dados, criando novos problemas.

### 3.3 Sequência didática 3 – Cálculo de fração de um número natural e adição e subtração de frações de mesmo denominador.

**Objetos do conhecimento:** cálculo da fração de um número natural e adição e subtração de frações com denominadores iguais.

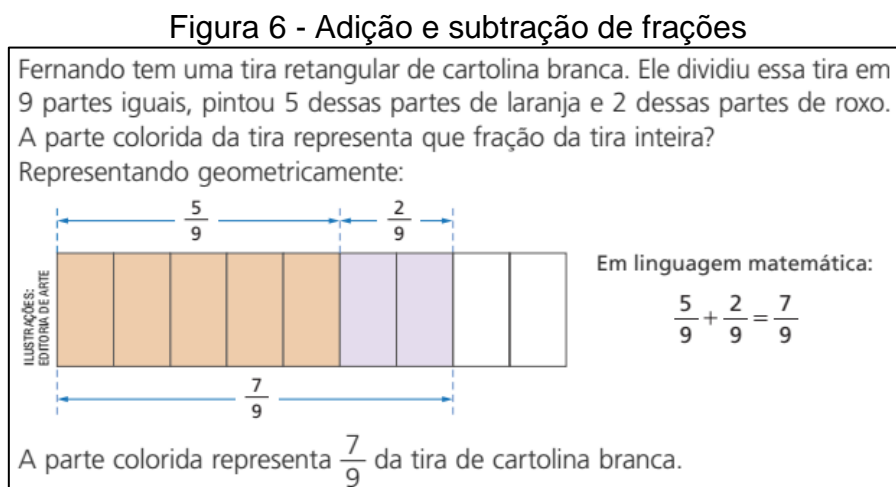
**Habilidades:** (EF06MA09) **Resolver** e elaborar **problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.**

(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária (BRASIL, 2018, p. 301).

**Pensando nos estudantes:** Nesta atividade, os estudantes irão mobilizar conhecimentos utilizados nas atividades anteriores. É possível que utilizem materiais manipulativos ou que construam algoritmos para realizar os cálculos. Cabe a cada um encontrar a maneira mais fácil para resolver o problema.



**Questão apresentada no livro didático:**



Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 149)

**Problema gerador**

Para enfeitar a sala da turma do 6º ano para a Festa Junina, a professora de Artes pediu que a turma confeccionasse 60 bandeirinhas. Ana estava superanimada em produzir as bandeiras e com a ajuda das amigas já tinha produzido  $\frac{2}{5}$  do que a professora pediu. As outras meninas disseram que juntas confeccionaram 12 bandeirinhas.

a) Qual a fração que representa a quantidade de bandeirinhas que já foram produzidas, em relação ao total necessário? R.  $\frac{3}{5}$ .

b) Qual a fração de bandeirinhas, em relação ao total pedido, que ainda precisa ser confeccionada? R.  $\frac{2}{5}$ .

c) Se os meninos resolverem produzir o que falta, quantas bandeirinhas eles devem confeccionar? R. 24

**Observar e incentivar:** Nessa atividade é possível que alguns estudantes ainda estejam realizando adição ou subtração de frações da mesma forma que fazem com os números naturais.

É adequado que o professor incentive os estudantes a resolverem o problema por partes, sendo que nos itens (a) e (c) será necessário determinar a fração que representa uma quantidade para se obter uma resposta. É importante, também, questioná-los se as respostas encontradas são coerentes com a pergunta.

**Formalização:** Nessa etapa o professor irá formalizar como determinar a fração de uma quantidade, e como realizar as operações de adição e subtração de frações com mesmo denominador. É importante explorar o significado de se operar apenas com os numeradores, quando os denominadores são iguais, sem reduzir esse processo a uma regra a ser memorizada.

**Elaboração de novos problemas:** O professor pode pedir aos estudantes para construírem novos problemas pensando na ornamentação de toda a escola com bandeirinhas, agora com a formação de grupos maiores para enfeitar a escola. Pode propor que todas as salas de aula participem da organização da festa na escola e que toda a tarefa de ornamentação seja distribuída para as turmas participantes, utilizando representações com frações.

### 3.4 Sequência didática 4 – Adição e subtração de frações com denominadores diferentes

**Objetos do conhecimento:** Adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

**Habilidade:** (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária (BRASIL, 2018, p. 301).

**Pensando nos estudantes:** Esta atividade está relacionada com o cotidiano dos estudantes e pode se configurar desafiadora, na busca por um resultado, pois, está fortemente ligada ao seu contexto. É importante pedir para que façam os registros de como estão resolvendo a atividade.



**Questão apresentada no livro didático:**

Figura 7 - Compra em partes

Adicionar ou subtrair com frações de mesmo denominador é fácil!

Mas e se as frações tiverem denominadores diferentes?

Ah! Não tem problema. Já aprendemos a encontrar frações equivalentes às frações dadas e que tenham o mesmo denominador.

Assim fica fácil!

Veja, agora, mais estas situações:

3 Helena foi à feira com certa quantia. Gastou  $\frac{1}{2}$  dessa quantia na banca de frutas e  $\frac{1}{3}$  dessa quantia na banca de verduras e legumes. Que fração da quantia inicial Helena gastou nessas duas bancas?

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 150)



### Problema gerador

Helena foi à feira com 60 reais. Ela gastou  $\frac{1}{2}$  dessa quantia na banca de frutas e  $\frac{1}{3}$  do que tinha na banca de verduras e legumes.

a) Qual fração representa a quantidade que ela gastou, no total, indo à feira? R.  $\frac{5}{6}$

Qual fração representa a quantidade de dinheiro que restou em relação ao total que ela tinha inicialmente? R.  $\frac{1}{6}$ .

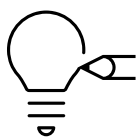
b) Se ela ainda gastou  $\frac{1}{2}$  do que havia sobrado comprando um pastel, qual fração representa o valor que ela gastou com o pastel em relação ao total que ela levou para a feira? R.  $\frac{1}{12}$ .

c) Se, enfim, ela resolveu ir embora, qual fração representa a quantia em dinheiro com que ela voltou para casa, em relação ao total que ela tinha inicialmente? R.  $\frac{1}{12}$

d) O que você compraria com o dinheiro que sobrou? R. pessoal

**Observar e incentivar:** O professor pode incentivar os estudantes contando uma história ligada ao cotidiano deles. O fato de eles realizarem atividades semelhantes no seu dia a dia pode ajudar na hora de resolverem esse problema.

É interessante que o professor sugira aos estudantes que analisem os métodos utilizados em problemas anteriores, registrando as diferenças e semelhanças ou, ainda, indicando as limitações. Vale, também, questionar os estudantes sobre as quantidades a que eles estão se referindo na hora de organizar a estratégia de resolução.



Professor, você pode utilizar alguns recursos do GeoGebra para auxiliar na compreensão da adição e subtração de frações:

<https://www.geogebra.org/m/dk29tbe9#material/zuunr3q4>

<https://www.geogebra.org/m/dk29tbe9#material/ybpufyyg>

<https://www.geogebra.org/m/dk29tbe9#material/ccfuwk2n>

<https://www.geogebra.org/m/dk29tbe9#material/yaptbxqj>

<https://www.geogebra.org/m/dk29tbe9#material/rkzuzdaq>

**Formalização:** A estratégia utilizada no problema gerador pode estabelecer relações com práticas da vida dos estudantes, como fazer compras em feiras, supermercados, lojas físicas e lojas virtuais. É importante que essas relações e as estratégias dos estudantes sejam valorizadas pelo professor nesse momento.

Na formalização, o professor irá abordar os conteúdos de adição e subtração de frações com denominadores diferentes. Nesse aspecto, é importante que retome as estratégias utilizadas pelos estudantes para discutir, ampliar e generalizar o processo.

**Elaboração de novos problemas:** O professor pode propor aos estudantes que construam um orçamento com os gastos necessários para suprirem suas necessidades básicas pelo período de um mês – com água, luz, telefone fixo, telefone celular, internet, gás de cozinha e imposto predial ou condomínio – e identifiquem em forma de fração o que cada valor representa em relação ao total gasto, realizando perguntas e construindo problemas relacionados com esse contexto.

Outra ideia seria pedir para que os estudantes selecionem duas questões do livro didático que envolvam adição ou subtração de frações (ou o professor pode escolher) e escrevam diferenças e semelhanças entre os problemas e, depois, que tentem reformular um dos problemas de modo que ambos tenham a mesma estrutura matemática na resolução.

### 3.5 Que tipos de problemas devem ser propostos aos estudantes?

Os problemas geradores, adaptados de situações apresentadas do livro didático, envolveram contextos relacionados ao mundo real. Sempre que possível, é importante que essa relação seja estabelecida, porém problemas no contexto da própria Matemática também podem ter potencial para desenvolver uma aula baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Cai e Lester (2012) ressaltam que o papel do professor na escolha dos problemas a serem propostos aos estudantes é o de revisar, selecionar, adaptar ou aperfeiçoar atividades que favoreçam a compreensão e a construção de procedimentos ou conceitos matemáticos que serão o foco do professor para aquele problema. Além disso, é importante que os problemas também



promovam o desenvolvimento de habilidades relacionadas com raciocinar e se comunicar matematicamente.

Nesse aspecto, Lester e Cai (2016) indicam que o critério mais importante para que um problema matemático valha a pena, é que sirva como um meio pelo qual se pode aprender Matemática, sendo que, para isso, não precisa ser complicado ou ter um formato sofisticado.

Lappan e Phillips (1998, p. 87, tradução) estabelecem dez critérios para caracterizar bons problemas. Dentre eles, listamos quatro que são considerados por diversos pesquisadores (CAI; LESTER, 2012; LESTER; CAI, 2016) como essências para caracterizar problemas que valem a pena:

Critério 1: O problema envolve matemática útil e importante.

Critério 2: O problema exige níveis mais altos de pensamento e resolução de problemas.

Critério 3: O problema contribui para o desenvolvimento conceitual dos alunos.

Critério 4: O problema cria uma oportunidade para o professor avaliar o que seus alunos estão aprendendo e em que estão encontrando dificuldades.

Esses critérios podem servir de parâmetros para que os professores elaborem, adaptem ou selecionem problemas, de acordo com objetivos específicos de aprendizagem matemática relacionados ao tópico que pretendem desenvolver.

E o livro didático se constitui como uma fonte para selecionar ou adaptar problemas que valem a pena. A esse respeito, cabe ressaltar que se deve considerar as limitações do meio impresso e compreender que tiveram que ser realizadas escolhas pelos autores. Assim, o livro didático não deve ser tomado como prescrição do que constitui cada objeto de conhecimento, mas como uma fonte de ideias (LESTER; CAI 2016; VAN DE WALLE, 2009)

Complementarmente aos critérios elencados anteriormente, pode-se utilizar o guia a seguir (Quadro 4), proposto por Van de Walle (2009), para seleção e avaliação de atividades, adaptação de questões de livros didáticos ou de outros materiais, para se constituírem como problemas que valem a pena:



Quadro 4 - Guia de seleção e avaliação

<p>Etapa 1 – Como o problema é resolvido?</p>	<p>Resolva, realmente, o problema e se pergunte que raciocínios podem emergir dele. Como os estudantes resolveriam o problema? (Eles não sabem o que você sabe!) Que concepções errôneas podem emergir?</p>
<p>Etapa 2 – Qual o objetivo do problema?</p>	<p>Que conceitos matemáticos o problema desenvolverá? As ideias são conceitos ou habilidades processuais? Haverá conexões com outras ideias relacionadas?</p>
<p>Etapa 3 – O problema alcançará o seu objetivo?</p>	<p>O que é desafiador no problema? O aspecto desafiador (problemático) está relacionado à matemática identificada no objetivo? Sobre o que os estudantes têm de refletir ou pensar para resolver o problema? É possível completar o problema sem muito pensamento reflexivo? Nesse caso, o problema pode ser modificado de modo que se exija dos estudantes pensar sobre a matemática envolvida?</p>

Fonte: Adaptado de Van de Walle (2009)

No desenvolvimento dos problemas que foram propostos neste produto educacional, seguimos os quatro critérios mencionados e esse guia, bem como os preceitos relacionados com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Vale ressaltar, ainda, que, além do professor ter a preocupação de analisar os problemas que irá propor aos estudantes, é importante que tenha em mente que é necessário incentivá-los a:

[...] explorar, assumir riscos, compartilhar fracassos e sucessos e questionar uns aos outros. Em tais ambientes de apoio, os alunos desenvolvem confiança em suas habilidades e uma vontade em se envolver na exploração dos problemas, e eles estarão mais propensos a elaborar problemas e persistir em problemas desafiadores. (NCTM, 2000, p. 53, tradução nossa).

Por fim, é sempre importante ter em mente que:

Boas tarefas são atividades  
“minds-on” (ativadoras de mentes) e não apenas “hands-on”  
(ativadoras de mãos).  
(VAN DE WALLE, 2009, p. 73)

#### **4 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O produto educacional aqui apresentado busca contribuir com a aprendizagem de frações dos estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental, ou em outro momento em que for necessário, orientada pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

A décima etapa da metodologia, nas sequências didáticas apresentadas, é indicada no tópico *Elaboração de Novos Problemas*, a qual aborda o desenvolvimento da habilidade de elaborar problemas pelos estudantes, que é uma demanda indicada na BNCC. Além das ideias apresentadas nas sequências que constituem este produto, o professor interessado em proposição/elaboração de problemas, pelos estudantes, pode consultar Possamai e Allevalo (2022) e Allevalo e Possamai (2022).

Por fim, é apresentado como os professores podem adaptar atividades de livros didáticos ou outros materiais para se constituírem como problemas geradores de novas aprendizagens.

Cabe ressaltar que, construídas tendo como premissa a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, as sequências didáticas devem ser utilizadas antes de o professor apresentar formalmente os objetos de conhecimento aos estudantes. Caso contrário, os problemas geradores propostos podem se constituir como exercícios para os estudantes, reduzindo seu potencial para o desenvolvimento da aprendizagem matemática.

## REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas. *In: ONUCHIC, L. R. et. al. (org.) **Resolução de Problemas: teoria e prática**. 2 ed. Jundiaí: Paco, 2021. p. 40-62.*
- ALLEVATO, N. S. G.; POSSAMAI, J. P. Proposição pela reformulação de problemas na Educação Matemática: possibilidades e potencialidades. *In: ASSEMANY, D.; BRIÃO, G. (org.). **Tendências na Educação Matemática para a Formação de Professores**, 2022 (no prelo).*
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018. Versão completa. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf) Acesso em: 07 mar. 2021.
- CAI, J.; LESTER, F. Por que o Ensino com Resolução de Problemas é importante para aprendizagem do aluno? *In: **Boletim GEPEM***, Rio de Janeiro, n. 60, p. 241-254, 2012. Tradução: BASTOS, A. S. A. M.; ALLEVATO, N. S. G.
- GIOVANNI JUNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática: 6º ano - Ensino Fundamental Anos Finais**. São Paulo: FTD, 2018.
- KRULIK, S.; RUDNIK, J. A. **Problem-Driven Match: Applying the Mathematics Beyond Solutions**. Chicago, IL: Wright Group/ McGrawHill, 2005.
- LESTER, F.; CAI, J. Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from 30 Years of Research. *In: FELMER, P.; PEHKONEN, E; KILPATRICK, J. **Posing asn Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives***. New York, Springer, 2016, p. 117-135.
- MONTEIRO, E. J. **O Ensino de Frações para Estudantes do Sexto Ano do Ensino Fundamental através da Resolução de Problemas**. 2021. 63 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2022.
- NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.
- POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Elaboração/Formulação/Proposição de Problemas em Matemática: percepções a partir de pesquisas envolvendo práticas de ensino. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros (MG), Brasil, v. 6, n. 12, p. 1-28, 2022.
- SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Currículo Paulista**. São Paulo, 2019. Disponível em: <https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wpcontent/uploads/sites/7/2019/09/curriculo-paulista-26-07.pdf>. Acesso em: 08 mar. 2021.
- SEGER, J. **Livro de frações**. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/dk29tbe9>. Acesso em: 25 jan. 2022.
- VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, v. 6, 2009.